

# ĐỘNG LỰC HỌC ROBOT VỚI LIÊN KẾT CHƯƠNG TRÌNH

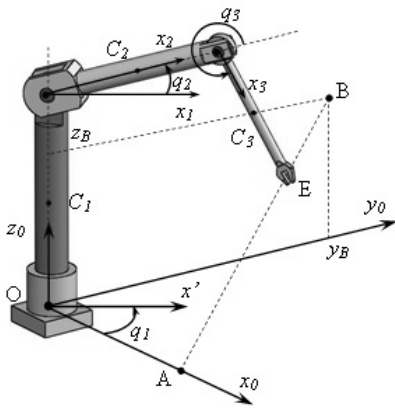
Lương Bá Trường

Trường Đại học Thủy lợi, email: truonglb@tlu.edu.vn

## 1. GIỚI THIỆU

Đối với các robot có cấu trúc dạng chuỗi, bài toán động lực học thuận là bài toán cho biết trước các lực/momen dẫn động tác dụng lên khâu dẫn, tìm quy luật chuyển động của khâu thao tác robot. Tuy nhiên ta thường không biết trước các dạng chuyển động đó. Vậy đối với bài toán cho biết trước lực/ momen dẫn động tác dụng lên khâu dẫn, khảo sát chuyển động của robot khi điểm thao tác của robot chuyển động trên một quỹ đạo cho trước thì đáp ứng của robot sẽ như thế nào? Khác với các phương pháp sử dụng trong tài liệu [2,3], sử dụng các ma trận truyền để tính toán động lực học. Trong báo cáo này tác giả sử dụng khái niệm “Liên kết chương trình” (program constraints) và phương trình Lagrange loại II dạng nhân tử để giải quyết bài toán trên.

Mô hình sử dụng trong bài toán được cho như trên hình 1.



Hình 1. Mô hình robot không gian 3DOF

Trong đó: khâu 1 có khối lượng  $m_1$ , chiều dài  $l_1$ , vị trí khối tâm  $C_1$ , khoảng cách từ gốc

khâu 1 đến khối tâm là  $a_1$ . Khâu 2 có khối lượng  $m_2$ , chiều dài  $l_2$ , vị trí khối tâm  $C_2$ , khoảng cách từ gốc khâu 2 đến khối tâm là  $a_2$ . Khâu 3 có khối lượng  $m_3$ , chiều dài  $l_3$ , vị trí khối tâm  $C_3$ , khoảng cách từ gốc khâu 3 đến khối tâm là  $a_3$ . Điểm thao tác E di chuyển trên đường thẳng AB, từ điểm  $A(x_A; 0; 0)$  đến điểm  $B(0; y_B; z_B)$ . Bài toán cho biết trước các momen dẫn động  $\tau = [\tau_1 \ \tau_2 \ \tau_3]^T$  khảo sát chuyển động của robot khi điểm thao tác E chuyển động trên đường thẳng AB.

## 2. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

Phương pháp nghiên cứu lý thuyết. Tính toán sử dụng các thuật toán số và mô phỏng kết quả trên phần mềm tính toán mô phỏng số Matlab.

Để giải quyết bài toán đã nêu ở trên, trước tiên ta cần thiết lập phương trình vi phân chuyển động của robot sau đó giải phương trình vi phân chuyển động để tìm các đáp ứng của robot. Trong báo cáo có sử dụng khái niệm “Liên kết chương trình”, trước hết ta cần tìm hiểu khái niệm này.

### a. Phương trình liên kết chương trình

Khác với các phương trình liên kết vật chất, phương trình liên kết chương trình là phương trình liên kết do yêu cầu hoạt động của robot tạo nên. Như trên (hình 1), robot chuyển động trên đường thẳng AB nên các tọa độ suy rộng của robot  $\mathbf{q} = [q_1 \ q_2 \ q_3]^T$  và các tọa độ xác định vị trí điểm thao tác E của robot  $\mathbf{x} = [x_E \ y_E \ z_E]^T$  phải thỏa mãn một ràng buộc  $\mathbf{f}(q_1, q_2, q_3, x_E, y_E, z_E) = 0$ . Cụ thể trong mô hình này ta có:

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} y_B(l_2C_1C_2 + l_3C_1C_{23}) + x_A(l_2S_1C_2 + l_3S_1C_{23}) - x_A y_B \\ z_B(l_2S_1C_2 + l_3S_1C_{23}) - y_B(l_1 + l_2S_2 + l_3S_{23}) \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (1)$$

Phương trình (1) được gọi là “Phương trình liên kết chương trình”. Chú ý các kí hiệu:

$$C_i = \cos q_i, S_i = \sin q_i, C_{ij} = \cos(q_i + q_j), S_{ij} = \sin(q_i + q_j) \quad (2)$$

b. Thiết lập phương trình chuyển động

Đối với các robot chịu các liên kết chương trình để thiết lập phương trình chuyển động của robot ta sử dụng phương trình Lagrange loại II dạng nhân tử. Các bước cụ thể để thiết lập phương trình chuyển động được trình bày trong tài liệu [1], phương trình chuyển động của robot có dạng sau:

$$\begin{cases} \mathbf{M}(\mathbf{q}, t)\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{g}(\mathbf{q}, t) = \boldsymbol{\tau}(t) - \boldsymbol{\Phi}_q^T(\mathbf{q}, t)\boldsymbol{\lambda} \\ \mathbf{f}(\mathbf{q}, t) = \mathbf{0} \end{cases} \quad (3)$$

Hệ phương trình (3) là hệ phương trình vi phân-đại số mô tả chuyển động của robot, trong đó:

$\mathbf{f}(\mathbf{q}, t)$  là hệ phương trình (1).

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$m_{11} = I_{1z} + I_{2y}C_2^2 + I_{2x}S_2^2 + I_{3x}S_{23}^2 + I_{3y}C_{23}^2 + m_2a_2^2C_2^2 + m_3(2l_2a_3C_2C_{23} + l_2^2C_2^2 + a_3^2C_{23}^2)$$

$$m_{12} = m_{21} = m_{13} = m_{31} = 0$$

$$m_{22} = I_{2z} + I_{3z} + m_2a_2^2 + m_3(a_3^2 + l_2^2 + 2l_2a_3C_3)$$

$$m_{23} = m_{32} = I_{3z} + m_3(a_3^2 + l_2a_3C_3), m_{33} = I_{3z} + m_3a_3^2$$

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}, \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \begin{pmatrix} \partial \Pi \\ \mathbf{q} \end{pmatrix}^T = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$c_{11} = -2m_2a_2^2S_2C_2\dot{q}_2 - 2(I_{3x} - I_{3y})S_{23}C_{23}(\dot{q}_2 + \dot{q}_3)$$

$$-2m_3[a_3^2S_{23}C_{23} + l_2^2S_2C_2 + l_2a_3(2S_2C_{23} - S_3)]\dot{q}_2$$

$$-2m_3(a_3^2S_{23}C_{23} + l_2a_3C_2S_{23})\dot{q}_3 + 2(I_{2x} - I_{2y})S_2C_2\dot{q}_2$$

$$c_{31} = [m_3a_3S_{23}(l_2C_2 + a_3C_{23}) - (I_{3x} - I_{3y})S_{23}C_{23}]\dot{q}_1$$

$$c_{22} = -2m_3l_2a_3S_3\dot{q}_3; \quad c_{23} = -m_3l_2a_3S_3\dot{q}_3$$

$$c_{21} = \left\{ m_2a_2^2S_2C_2 + m_3 \begin{bmatrix} a_3^2S_{23}C_{23} + l_2^2S_2C_2 \\ + l_2a_3(2C_2S_{23} - S_3) \end{bmatrix} \right\} \dot{q}_1$$

$$- [2(I_{2x} - I_{2y})S_2C_2 + (I_{3x} - I_{3y})S_{23}C_{23}]\dot{q}_1$$

$$c_{31} = [m_3a_3S_{23}(l_2C_2 + a_3C_{23}) - (I_{3x} - I_{3y})S_{23}C_{23}]\dot{q}_1$$

$$c_{12} = c_{13} = 0; c_{32} = \frac{1}{2}m_3l_2a_3S_3(2\dot{q}_2 - \dot{q}_3); c_{33} = \frac{1}{2}m_3l_2a_3S_3\dot{q}_2$$

$$g_1 = 0; g_2 = m_2ga_2C_2 + m_3g(l_2C_2 + a_3C_{23}); g_3 = m_3ga_3C_{23}$$

$$\boldsymbol{\Phi}_q = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} & \Phi_{13} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} & \Phi_{23} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\Phi_{11} = -y_B(l_2S_1C_2 + l_3S_1C_{23}) + x_A(l_2C_1C_2 + l_3C_1C_{23})$$

$$\Phi_{12} = -y_B(l_2C_1S_2 + l_3C_1S_{23}) - x_A(l_2S_1S_2 + l_3S_1S_{23})$$

$$\Phi_{13} = -y_Bl_3C_1S_{23} - x_Al_3S_1S_{23}; \Phi_{21} = z_B(l_2C_1C_2 + l_3C_1C_{23})$$

$$\Phi_{22} = -z_B(l_2S_1S_2 + l_3S_1S_{23}) - y_B(l_2C_2 + l_3C_{23})$$

$$\Phi_{23} = -z_Bl_3S_1S_{23} - y_Bl_3C_{23}$$

c. Giải bài toán động lực học với liên kết chương trình

Hệ phương trình mô tả chuyển động của robot là hệ phương trình vi phân - đại số, để giải được hệ phương trình này ta có thể biến đổi về hệ phương trình vi phân thường hoặc giải trực tiếp bằng phương pháp số. Trong báo cáo sử dụng phương pháp khử các nhân tử Lagrange kết hợp với thuật toán ổn định hóa Baumgarte.

### 3. KẾT QUẢ NGHIÊN CỨU

Kết quả của báo cáo được mô phỏng số bằng phần mềm Matlab với bộ số liệu:

$$l_1 = 0.6[m], l_2 = 0.8[m], l_3 = 1.2[m], m_1 = 3[kg],$$

$$m_2 = 2[kg], m_3 = 1[kg] I_{1z} = \frac{1}{12}m_1l_1^2, I_{2z} = \frac{1}{12}m_2l_2^2,$$

$$I_{3z} = \frac{1}{12}m_3l_3^2; I_{1x} = \frac{I_{1z}}{3}, I_{1y} = I_{1x}, I_{2x} = \frac{I_{2z}}{3}, I_{2y} = I_{2x},$$

$$I_{3x} = \frac{I_{3z}}{3}, I_{3y} = I_{3x}; a_2 = \frac{l_2}{2}, a_3 = \frac{l_3}{2}; v_0 = 1 \left[ \frac{m}{s} \right]; g = 9.81 \left[ \frac{m}{s^2} \right]$$

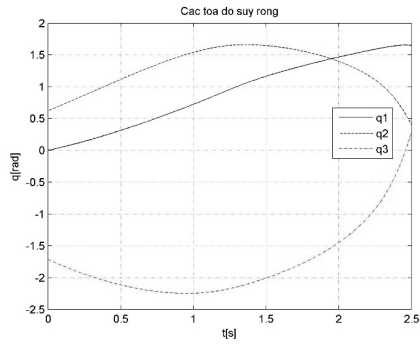
$m_i$  - khối lượng khâu;  $l_i$  - chiều dài khâu;  $a_i$  - vị trí khối tâm;  $I_{ij}$  - thành phần momen quán tính.

Các momen dẫn động được lấy từ bài toán động lực học ngược, cụ thể:

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.32t^4 - 2.48t^3 + 6.01t^2 - 3.98t - 0.804 \\ -2.92t^4 + 14.94t^3 - 17.90t^2 - 4.95t + 15.16 \\ 0.53t^4 - 3.27t^3 + 5.71t^2 - 1.01t + 2.559 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Nm \\ Nm \\ Nm \end{bmatrix}$$

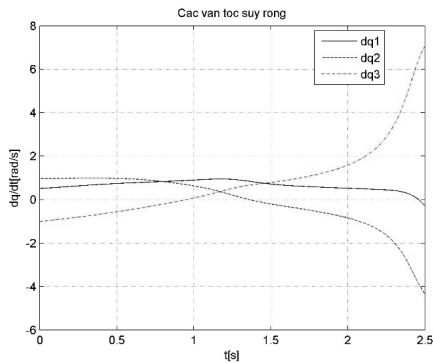
Ta thu được một số kết quả sau:

Trên hình 2 là đồ thị các tọa độ suy rộng



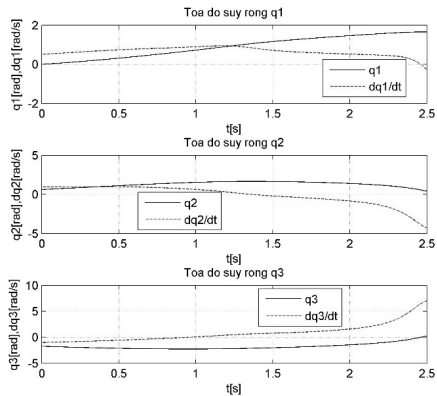
**Hình 2.** Đồ thị các tọa độ suy rộng

Trên hình 3 là đồ thị các vận tốc suy rộng



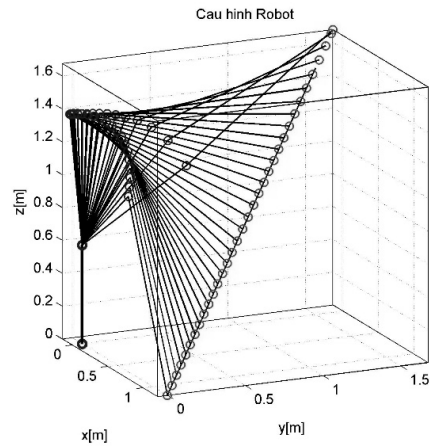
**Hình 3.** Đồ thị các vận tốc suy rộng

Trên hình 4 là đồ thị các tọa độ và vận tốc suy rộng trên cùng một hệ trục tọa độ



**Hình 4.** Đồ thị vận tốc và tọa độ suy rộng

Trên hình 5 là cấu hình của robot.



**Hình 5.** Cấu hình robot

#### 4. KẾT LUẬN

Trong báo cáo đã trình bày việc sử dụng khái niệm “liên kết chương trình” (program constraints) để giải quyết bài toán động lực học robot khi biết trước các lực/momen dẫn động tác dụng lên khâu dẫn và quỹ đạo chuyển động của robot. Các quỹ đạo này tạo nên liên kết chương trình của robot. Bài toán mang ý nghĩa thực tế trong việc điều khiển robot làm việc theo đúng quỹ đạo đã được thiết kế (điều khiển bám quỹ đạo). Thông thường sau khi giải bài toán động lực học ngược ta sẽ tìm cách điều khiển momen động cơ để có thể thực hiện đúng quỹ đạo mong muốn, tuy nhiên nếu sử dụng phương trình liên kết chương trình trong bài toán điều khiển bám quỹ đạo sẽ cho kết quả chính xác hơn nhiều lần so với chỉ điều khiển momen dẫn động của động cơ.

#### 5. TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Nguyễn Văn Khang: *Động lực học hệ nhiều vật* (in lần thứ hai). NXB Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội 2017.
- [2] Rosen A., E. Edelman: “Investigation of a new formulation of the Lagrange method for constrained dynamic systems”, ASME-Journal of Applied Mechanics, vol. 64, pp.116-122, 1987.

