

ẢNH HƯỞNG CỦA KÍCH THƯỚC NHỎ LÊN ỨNG XỬ PHI TUYẾN CHUYỂN VỊ LỚN CỦA CÁC KẾT CẤU DẦM VÀ KHUNG PHẪNG VỚI KÍCH THƯỚC MICRO

Lê Công Ích¹, Phạm Vũ Nam²

¹Đại học Kỹ thuật Lê Quý Đôn, email: lecongich79@lqdtu.edu.vn

²Trường Đại học Thủy lợi

1. GIỚI THIỆU

Dầm và khung với kích thước micro được áp dụng rộng rãi trong các hệ vi cơ điện tử (micro-electro-mechanical systems - MEMS) [1]. Trong đó tỉ lệ kích thước của chúng dẫn đến các dầm và khung với kích thước micro thường chịu độ võng lớn. Do vậy, yếu tố phi tuyến hình học là một yếu tố quan trọng cần phải được đưa vào tính toán trong bài toán phân tích dầm và khung kích thước micro.

Các công trình nghiên cứu về mất ổn định và ứng xử phi tuyến của dầm và khung kích thước micro đã được liệt kê trong một số tài liệu tham khảo. Trong những công trình ban đầu như [2], các lý thuyết dầm cổ điển được các tác giả áp dụng, kết hợp với lý thuyết phi tuyến von Kármán để mô hình hóa bài toán uốn phi tuyến hình học, nhưng ảnh hưởng của kích thước nhỏ bị bỏ qua.

Để mô hình hóa ảnh hưởng của kích thước nhỏ, các lý thuyết liên tục bậc cao khác nhau như lý thuyết đàn hồi gradient biến dạng (strain gradient elasticity theory - SGET), lý thuyết ứng suất cặp đôi đã sửa đổi (modified couple stress theory - MCST) đã được phát triển cùng với tham số tỉ lệ kích thước để mô hình hóa ứng xử cơ học của các kết cấu micro. Asghari và cộng sự [3] đã dùng lý thuyết MCST và SGET để tính bài toán uốn phi tuyến của dầm Timoshenko kích thước micro với ảnh hưởng của kích thước nhỏ. Tuy nhiên, các công trình nghiên cứu như [3]

đều dừng lại ở bài toán phi tuyến với độ võng vừa phải (moderate deflections).

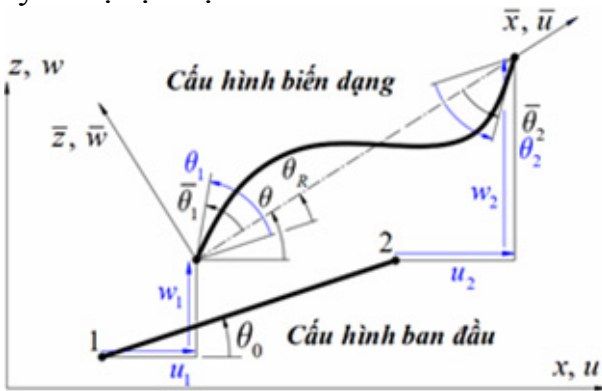
Bài toán uốn phi tuyến với độ võng lớn của dầm và khung phẳng với độ võng lớn đã được nhiều tác giả nghiên cứu, như [4, 5]. Tuy nhiên, chưa có nghiên cứu về phi tuyến độ võng lớn của dầm và khung kích thước micro.

Do vậy, ảnh hưởng của kích thước lên ứng xử phi tuyến với độ võng lớn của dầm và khung kích thước micro được nghiên cứu trong báo cáo này.

2. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

Các phương pháp số, đặc biệt là phương pháp phần tử hữu hạn với tính linh hoạt trong rời rạc hóa các kết cấu, là một công cụ hữu hiệu để phân tích chuyển vị lớn của các kết cấu. Để phân tích kết cấu khung và dầm chịu chuyển vị lớn bằng phương pháp phần tử hữu hạn, cần thiết lập một phần tử dầm phi tuyến có thể mô hình hóa chính xác ứng xử phi tuyến của kết cấu. Các phần tử dầm phi tuyến khác nhau để phân tích cấu trúc khung và dầm phẳng được trình bày chi tiết trong tài liệu [4]. Theo cách lựa chọn cấu hình tham chiếu, các phần tử dầm phi tuyến có thể được phân chia thành 3 loại: công thức Lagrange tổng (total Lagrangian formulation), công thức Lagrange cập nhật (updated Lagrangian formulation) và công thức đồng hành (corotational formulation). Trong công thức đồng hành được thảo luận ở đây, các tham số động học được mô tả trong một hệ tọa độ địa phương gắn cứng

với phần tử Hình 1. Công thức phần tử hữu hạn trước hết được xây dựng trong hệ tọa độ địa phương và sau đó được chuyển về hệ tọa độ tổng quát với sự hỗ trợ của ma trận chuyển hệ tọa độ.



Hình 1. Phần tử dầm phẳng đồng hành và các tham số động học của nó

Trong báo cáo này, công thức đồng hành được sử dụng cho phần tử dầm Timoshenko, kết hợp với lý thuyết ứng suất cặp sửa đổi (Modified couple stress theory - MCST) để giải quyết bài toán phi tuyến độ võng lớn của dầm và khung kích thước micro. Trong phần tử dầm Timoshenko sử dụng ở đây, hàm tuyến tính cho chuyển vị dọc trục của dầm, và các hàm dạng chính xác do Kosmatka suy ra [6] được sử dụng cho chuyển vị ngang và quay.

Sau khi lắp ghép véc tơ nội lực tại nút phần tử và ma trận độ cứng tiếp tuyến của phần tử vào hệ thống véc tơ nội lực tại các nút tổng thể cũng như ma trận độ cứng tiếp tuyến tổng thể, cần phải xây dựng phương trình cân bằng như được trình bày trong [4].

$$\mathbf{g}(\mathbf{p}, \lambda) = \mathbf{q}_{in}(\mathbf{p}) - \lambda \mathbf{q}_{ef} = 0 \quad (1)$$

Ở đây \mathbf{p} và \mathbf{q}_{in} tương ứng là các véc tơ tổng thể của chuyển vị nút và véc tơ nội lực nút; \mathbf{q}_{ef} là véc tơ ngoại lực cố định; λ là một tham số hệ số của véc tơ ngoại lực.

Phương trình (1) chứa n chuyển vị nút chưa biết, là thành phần của véc tơ \mathbf{p} . Để xử lý với những ứng xử phức tạp như các điểm giới hạn, các điểm snap-through, snap-back, phương pháp chiều dài dây cung (arc-length method) được đề xuất bởi Crisfield [4] sẽ được áp dụng trong báo cáo này.

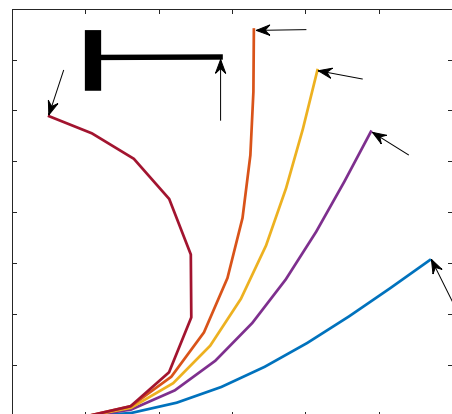
3. KẾT QUẢ NGHIÊN CỨU

Ứng xử phi tuyến chuyển vị lớn của một dầm công xôn chịu một lực ngang luôn vuông góc với đầu tự do của dầm và một khung William chịu lực nén ở giữa sẽ được quan tâm ở báo cáo này. Để thuận tiện cho thảo luận và trình bày kết quả, một số tham số không thứ nguyên sau đây sẽ được sử dụng:

$$U^* = \frac{u}{L}, W^* = \frac{w}{L}, \eta = \frac{l^2 GA}{EI}, P^* = \frac{PL^2}{EI} \quad (2)$$

Trong công thức trên, u và w là chuyển vị dọc trục và chuyển vị ngang của dầm; E và G là modun đàn hồi và mô đun cắt của vật liệu chế tạo dầm, A và I là diện tích mặt cắt ngang của dầm và mô men quán tính của mặt cắt ngang của dầm; l là tham số tỉ lệ chiều dài vật liệu (đặc trưng cho ảnh hưởng của kích thước micro trong kết cấu); L là chiều dài của dầm công xôn (trong khung William có ghi chú riêng trên Hình 4).

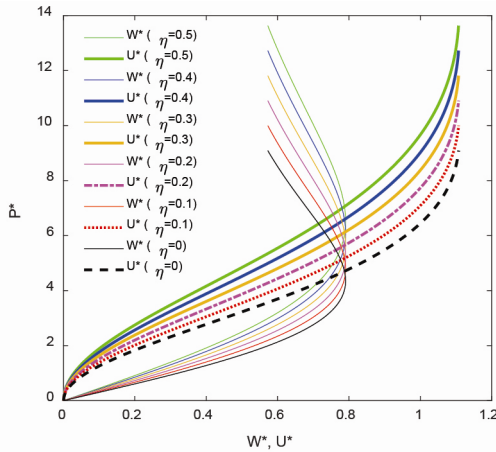
Trước hết ta xét một công xôn có chiều dài L , chiều dày h , chiều rộng b . Một lực P tác dụng tại đầu tự do của dầm và được điều chỉnh để luôn vuông góc với đầu của dầm khi dầm võng dưới tác dụng của lực này. Hình 2 minh họa các cấu hình biến dạng của dầm tại những mức lực khác nhau. Trên Hình 2 ta cũng thấy rõ ứng xử chuyển vị lớn của dầm.



Hình 2. Dầm công-xôn chịu lực ngang ở đầu tự do với $\eta = 0.1$ tại các mức lực khác nhau

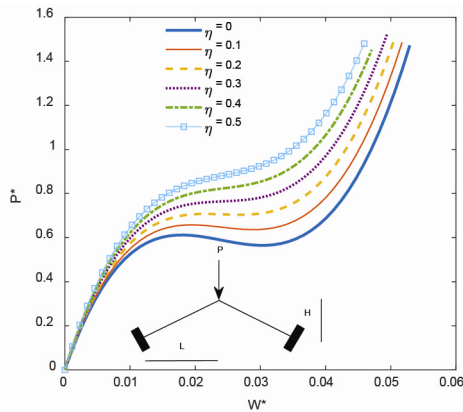
Trên Hình 3, ứng xử phi tuyến được thể hiện rõ qua đường cong lực-độ võng dọc/ngang trục và ảnh hưởng của kích thước micro lên ứng xử phi

tuyên này thông qua giá trị của η . Khi $\eta = 0$ tương ứng với dầm kích thước macro. Khi giá trị của η tăng lên tương ứng với sự tăng lên của ảnh hưởng kích thước micro, và chuyển vị ngang cũng như dọc trục của dầm nhỏ đi ở cùng một giá trị lực so với trường hợp giá trị η nhỏ hơn.



Hình 3. Đường cong lực-độ võng ngang/dọc trục của côn-xon chịu lực ngang đầu dầm

Kết quả khảo sát đối với khung phẳng William được biểu diễn trên Hình 4. Ứng xử phi tuyến và ảnh hưởng của kích thước micro lên ứng xử phi tuyến này cũng được thể hiện rõ ràng như với dầm công xôn chịu lực đã xét.



Hình 4. Đường cong lực - độ võng ngang tại điểm đặt lực của khung William

4. KẾT LUẬN

Ứng xử phi tuyến chuyển vị lớn của dầm và khung phẳng kích thước micro đã được nghiên cứu trong báo cáo này bằng cách sử dụng phần tử dầm hai nút đồng hành theo lý thuyết dầm

Timoshenko với các hàm nội suy chính xác do Kosmatka thiết lập. Để đưa vào tính ảnh hưởng của kích thước micro, lý thuyết MCST đã được sử dụng nhằm suy ra véc tơ nội lực và ma trận độ cứng tiếp tuyến của phần tử dầm. Phương pháp dây cung trên cơ sở phương pháp lặp Newton-Raphson được sử dụng để giải hệ phương trình phi tuyến và để theo dõi đường cong lực - chuyển vị. Một dầm công xôn và một khung William với kích thước micro đã được phân tích để minh họa ứng xử phi tuyến trong miền chuyển vị lớn của kết cấu dầm/khung phẳng kích thước micro. Kết quả số đã cho thấy, các chuyển vị được đánh giá cao hơn khi bỏ qua ảnh hưởng của kích thước micro ở cùng một giá trị lực. Ảnh hưởng của kích thước micro lên ứng xử phi tuyến chuyển vị lớn cũng đã được khảo sát và làm sáng tỏ.

5. TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] M. I. Younis. (2011). MEMS linear and nonlinear statics and dynamics, Vol. 20. Springer Science & Business Media.
- [2] B. Choi and E. Lovell. (1997). Improved analysis of microbeams under mechanical and electrostatic loads. Journal of Micromechanics and Microengineering, 7, (1), pp. 1-24.
- [3] M. Asghari, M. Kahrobaiyan, M. Nikfar, and M. Ahmadian. (2012). A size-dependent nonlinear Timoshenko microbeam model based on the strain gradient theory. Acta Mechanica, 223, (6), pp. 1233–1249.
- [4] M. A. Crisfield. (1981). A fast incremental/iterative solution procedure that handles ‘snap-through’. Computers & Structures, 13, (1-3), pp. 55–62.
- [5] D. K. Nguyen, B. Gan, and T. H. Trinh. (2014). Geometrically nonlinear analysis of planar beam and frame structures made of functionally graded material. Structural Engineering and Mechanics: An International Journal, 49, (6), pp. 727–743.
- [6] J.B. Kosmatka. (1995). An improve two-node finite element for stability and natural frequencies of axial-loaded Timoshenko beams, Comput. Struct. 57, pp 141–149.