

ẢNH HƯỞNG CỦA GÓC NGHIÊNG LÊN HỆ SỐ ĐỘNG LỰC HỌC CỦA DÀM CHỊU KHỐI LƯỢNG DI ĐỘNG

Trần Thị Thơm

Viện Cơ học - VAST, email: ttthom@imech.vast.vn

1. GIỚI THIỆU CHUNG

Trong thực tế các kết cấu dầm không chỉ được đặt ở trạng thái nằm ngang mà có thể được đặt nằm nghiêng một góc so với mặt phẳng ngang. Việc xem xét ảnh hưởng của góc nghiêng đến ứng xử động lực học của dầm, cụ thể trong nghiên cứu này là hệ số động lực học của dầm cần được quan tâm. Một kết cấu dầm nằm nghiêng một góc được làm từ vật liệu thuần nhất chịu tác động của một khối lượng di động với vận tốc không đổi được xét đến trong nghiên cứu. Dựa trên lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất, công thức phân tử hữu hạn được xây dựng bằng cách sử dụng các hàm nội suy chính xác để nội suy cho các chuyển vị và góc quay nhằm tránh hiện tượng nghẽn trượt.

2. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CỨU

Phương pháp giải tích được sử dụng để xây dựng các biểu thức toán học cho dầm. Phương pháp phân tử hữu hạn được sử dụng để xây dựng các ma trận độ cứng, khối lượng cho dầm; các ma trận khối lượng, độ cứng, cản và véc-tơ lực nút sinh ra bởi khối lượng di động. Phương trình chuyển động cho toàn hệ dầm - khối lượng di động được giải dưới sự trợ giúp của phương pháp gia tốc trung bình.

3. CÔNG THỨC TOÁN HỌC

Xét một kết cấu dầm với chiều dài L , chiều cao h , chiều rộng b được làm từ vật liệu thuần nhất được đặt nghiêng một góc β so với mặt phẳng nằm ngang. Dầm chịu tác động của một khối lượng di động m được giả sử luôn tiếp xúc với dầm. Dầm được đặt

trong hai hệ tọa độ Đề-các, hệ tọa độ địa phương (x, z) và hệ tọa độ tổng thể (\bar{x}, \bar{z}) .

Dựa trên lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất cho dầm, trường chuyển vị được cho như sau:

$$u_1(x, z, t) = u(x, t) - z\theta(x, t); \quad (1)$$

$$u_3(x, z, t) = w(x, t)$$

Biến dạng dọc trục và biến dạng trượt nhận được từ (1) như sau:

$$\varepsilon_{xx} = u_{,x} - z\theta_{,x}; \quad \gamma_{xz} = w_{,x} - \theta \quad (2)$$

Ứng suất dọc trục và ứng suất trượt:

$$\sigma_{xx} = E\varepsilon_{xx}; \quad \tau_{xz} = \psi G\gamma_{xz} \quad (3)$$

với ψ là hệ số hiệu chỉnh trượt.

Năng lượng biến dạng đàn hồi của dầm:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L \left[A_{11}u_{,x}^2 - 2A_{12}u_{,x}\theta_{,x} + A_{22}\theta_{,x}^2 + \psi A_{33}(w_{,x} - \theta)^2 \right] dx \quad (4)$$

Động năng của dầm:

$$\mathcal{T} = \frac{1}{2} \int_0^L \left[I_{11}\dot{u}^2 + I_{11}\dot{w}^2 - 2I_{12}\dot{u}\dot{\theta} + I_{22}\dot{\theta}^2 \right] dx \quad (5)$$

Trong các phương trình (4-5), A_{ij}, I_{ij} tương ứng là các độ cứng và mô-men quán tính của dầm thuần nhất được định nghĩa như sau:

$$(A_{11}, A_{12}, A_{22}) = bE \int_{-h/2}^{h/2} (1, z, z^2) dz; \quad (6)$$

$$A_{33} = bG \int_{-h/2}^{h/2} dz$$

$$(I_{11}, I_{12}, I_{22}) = b\rho \int_{-h/2}^{h/2} (1, z, z^2) dz; \quad (7)$$

Các đại lượng này có thể dễ dàng tính được dưới dạng hiển.

Thế năng sinh ra từ khối lượng di động có biểu thức như sau [1]:

$$V = -\int_0^L [mg \cos \beta - m\ddot{w} - 2mv\dot{w}_{,x} - mv^2 w_{,xx}] w \quad (8)$$

$$-(mg \sin \beta - m\ddot{u})u] \delta(x-vt) dx$$

trong đó g là gia tốc trọng trường được lấy bằng 9.81 m/s^2 ; $m\ddot{u}$ và $m\ddot{w}$ là các lực quán tính; $2mv\dot{w}_{,x}$ và $mv^2 w_{,xx}$ tương ứng là các lực Coriolis và lực li tâm; $\delta(\cdot)$ là hàm delta Dirac; x là vị trí của khối lượng di động được tính từ đầu trái của dầm.

4. CÔNG THỨC PHẦN TỬ HỮU HẠN

Giả sử dầm được chia thành một số phần tử dầm có chiều dài l . Véc-tơ chuyển vị nút cho phần tử khởi tạo với sáu bậc tự do:

$$\mathbf{d} = \{u_i \ w_i \ \theta_i \ u_j \ w_j \ \theta_j\}^T \quad (9)$$

Các chuyển vị và góc quay được nội suy:

$$u = \mathbf{N}_u \mathbf{d}; \ w = \mathbf{N}_w \mathbf{d}; \ \theta = \mathbf{N}_\theta \mathbf{d}; \quad (10)$$

trong đó: \mathbf{N}_u là ma trận các hàm dạng tuyến tính, $\mathbf{N}_w, \mathbf{N}_\theta$ là ma trận các hàm dạng chính xác [2]. Biểu thức năng lượng biến dạng trong (4) và động năng trong (5) được viết lại như sau:

$$U = \frac{1}{2} \sum_{ne} \mathbf{d}^T (\mathbf{k}_{uu} + \mathbf{k}_{u\theta} + \mathbf{k}_{\theta\theta} + \mathbf{k}_{\gamma\gamma}) \mathbf{d}; \quad (11)$$

$$T = \frac{1}{2} \sum_{ne} \mathbf{d}^T (\mathbf{m}_{uu} + \mathbf{m}_{ww} + \mathbf{m}_{u\theta} + \mathbf{m}_{\theta\theta}) \mathbf{d}; \quad (12)$$

Các ma trận độ cứng và khối lượng thành phần trong (11) và (12) được định nghĩa như trong [2], chú ý rằng do A_{ij} và I_{ij} dễ dàng thu được dưới dạng hiển nên các ma trận này cũng có dạng hiển. Tương tự, biểu thức thế năng trong (8) nhận được:

$$V = \sum_{ne} (\mathbf{d}^T \mathbf{m}_c \ddot{\mathbf{d}} + \mathbf{d}^T \mathbf{c}_c \dot{\mathbf{d}} + \mathbf{d}^T \mathbf{k}_c \mathbf{d} - \mathbf{d}^T \mathbf{f}^{ex}) \quad (13)$$

Trong (13), $\mathbf{m}_c, \mathbf{k}_c, \mathbf{c}_c$ tương ứng là ma trận khối lượng, ma trận độ cứng và ma trận cản sinh ra từ khối lượng di động, \mathbf{f}^{ex} là véc-tơ lực nút. Các ma trận và véc-tơ này đều dễ dàng thu được dưới dạng hiển.

Khi dầm được đặt nghiêng một góc β , các chuyển vị u và w trong hệ tọa độ địa phương có thể liên hệ với các biến tương ứng trong hệ tọa độ tổng quát như sau:

$$\begin{aligned} \bar{u} &= u \cos \beta - w \sin \beta; \\ \bar{w} &= u \sin \beta + w \cos \beta \end{aligned} \quad (14)$$

Do các góc quay trong hệ địa phương và tổng thể là như nhau nên véc-tơ chuyển vị nút trong hệ địa phương có quan hệ với giá trị tương ứng trong hệ tổng thể như sau:

$$\mathbf{d} = \mathbf{T} \bar{\mathbf{d}} \text{ với } \bar{\mathbf{d}} = \{\bar{u}_1 \ \bar{w}_1 \ \bar{\theta}_1 \ \bar{u}_2 \ \bar{w}_2 \ \bar{\theta}_2\}^T \text{ và}$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos \beta & \sin \beta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \beta & \cos \beta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \beta & \sin \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{-x_c} \quad (15)$$

là ma trận chuyển đổi. Khi đó các ma trận độ cứng và khối lượng của dầm trong hệ tổng thể cũng được tính qua giá trị tương ứng trong hệ địa phương như sau:

$$\bar{\mathbf{k}} = \mathbf{T}^T \mathbf{k} \mathbf{T}, \ \bar{\mathbf{m}} = \mathbf{T}^T \mathbf{m} \mathbf{T} \quad (16)$$

Tương tự, các ma trận khối lượng, ma trận độ cứng, ma trận cản và véc-tơ lực nút sinh ra từ khối lượng di động cũng được tính:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{m}}_c &= \mathbf{T}^T \mathbf{m}_c \mathbf{T}; \ \bar{\mathbf{c}}_c = \mathbf{T}^T \mathbf{c}_c \mathbf{T}; \\ \bar{\mathbf{k}}_c &= \mathbf{T}^T \mathbf{k}_c \mathbf{T}; \ \bar{\mathbf{f}}^{ex} = \mathbf{T}^T \mathbf{f}^{ex} \end{aligned} \quad (17)$$

Cuối cùng ta nhận được phương trình chuyển động cho toàn hệ trong hệ tổng quát:

$$\bar{\mathbf{M}} \ddot{\bar{\mathbf{D}}} + \bar{\mathbf{C}} \dot{\bar{\mathbf{D}}} + \bar{\mathbf{K}} \bar{\mathbf{D}} = \bar{\mathbf{F}}^{ex} \quad (18)$$

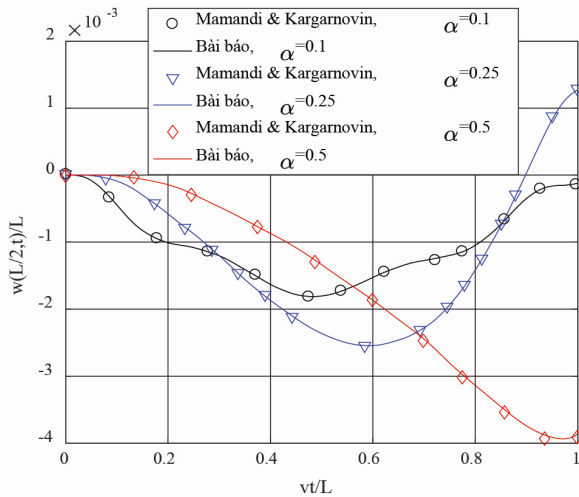
Chú ý rằng nghiên cứu sử dụng hệ số cản Rayleigh với hệ số cản được lấy là 0.5%. Phương trình (18) được giải bằng phương pháp gia tốc trung bình để thu được các đáp ứng cho dầm.

5. KẾT QUẢ SỐ VÀ THẢO LUẬN

Dầm được xét đến trong nghiên cứu là dầm thuần nhất được làm hoàn toàn từ thép với các tính chất vật liệu được cho như sau: $E = 207 \text{ GPa}$, $G = 77.6 \text{ GPa}$, $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$, $\nu = 0.25$; kích thước hình học của dầm được lấy là $L = 6 \text{ m}$, $A = 5 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ ($b = 0.05 \text{ m}$, $h = 0.1 \text{ m}$) và $\psi = 0.85$ [1]. Hệ số động lực

$$\text{học được định nghĩa } D_d = \max \left(\frac{w(L/2, t)}{w_{st}} \right),$$

trong đó: $w_{st} = mgL^3 / 48EI$ với I là mô-men quán tính bậc hai của dầm. Tỉ số khối lượng $m = 0.5\rho AL$. Chúng ta đưa vào khái niệm tỉ số vận tốc $\alpha = v/v_{cr}$, với $v_{cr} = \frac{\pi}{L}\sqrt{EI/\rho A}$ là vận tốc tới hạn của dầm Euler-Bernoulli tựa đơn chịu lực di động tập trung.

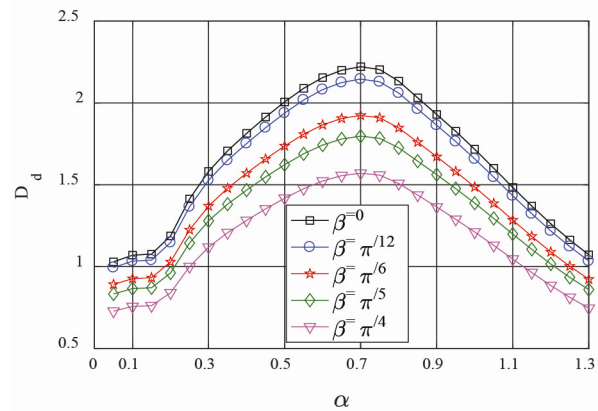


Hình 1. So sánh lịch sử thời gian cho độ võng chuẩn hóa tại giữa dầm nghiêng với $\beta = \pi / 5$

Hình 1 so sánh lịch sử thời gian của độ võng chuẩn hóa tại giữa dầm nhận được từ nghiên cứu với kết quả của Mamandi và Kargarnovin [1]. Dễ dàng nhận thấy đường cong độ võng nhận được từ bài báo rất sát với đường cong độ võng tương ứng nhận được từ [1], điều này đúng cho cả ba giá trị của tỉ số vận tốc. Chú ý rằng phương pháp Galerkin được sử dụng trong [1] để thu được các kết quả số.

Đường cong hệ số động lực học của dầm nhận được với sự thay đổi của tỉ số vận tốc được chỉ ra trong hình 2. Năm giá trị của góc nghiêng dầm được sử dụng để vẽ hình. Từ hình vẽ ta có thể thấy rằng khi tăng giá trị của góc nghiêng dầm dẫn tới sự giảm trong hệ số động lực học. Khi góc nghiêng nhỏ, hệ số động lực học không thay đổi nhiều nhưng khi tăng giá trị của góc nghiêng lên dẫn đến sự giảm đáng kể trong hệ số động lực học. Tuy nhiên giá trị của góc nghiêng chỉ làm thay đổi giá trị của hệ

số động lực học mà không làm thay đổi cách thức dao động của dầm. Tức là khi vận tốc khối lượng di động tăng, hệ số D_d tăng và đạt đến giá trị cực đại sau đó giảm dần.



Hình 2. Hệ số động lực học của dầm với các giá trị khác nhau của góc nghiêng

6. KẾT LUẬN

Ảnh hưởng của góc nghiêng lên hệ số động lực học của dầm chịu khối lượng di động được chỉ ra trong nghiên cứu. Như mong đợi, khi góc nghiêng dầm tăng dần tới sự giảm trong hệ số động lực học. Xin lưu ý rằng đây mới là những nghiên cứu ban đầu của tác giả về ảnh hưởng của góc nghiêng dầm lên hệ số động lực học, các nghiên cứu sau sẽ tiếp tục phát triển cho các kết cấu dầm khác cũng như nghiên cứu sâu hơn về ảnh hưởng của góc nghiêng dầm lên ứng xử động lực học của dầm.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] A. Mamandi and M. H. Kargarnovin, (2010), Dynamic analysis of an inclined Timoshenko beam traveled by successive moving masses/forces with inclusion of geometric nonlinearities, Acta Mechanica, vol. 218, no. 1-2, pp. 9–29.
- [2] D. K. Nguyen, Q. H. Nguyen, T. T. Tran & V. T. Bui, (2017), Vibration of bi-dimensional functionally graded Timoshenko beams excited by a moving load, Acta Mechanica, vol. 228, pp. 141–155.