# NGHIÊN CỨU SỰ ẢNH HƯỞNG CỦA LƯỚI TRONG MÔ HÌNH TÍNH TOÁN SỰ BẤT ỔN ĐỊNH KELVIN-HELMHOLTZ

Nguyễn Đức Hậu<sup>1</sup>, Nguyễn Thị Lý<sup>1</sup>, Sylvain Guillou<sup>2</sup>, Kim Dan Nguyen<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Trường Đại học Thủy lợi. Email: ndhau.dhtl@wru.edu.vn <sup>2</sup>Université de Caen. Email: sylvain.guillou@unicaen.fr <sup>3</sup> Saint-Venant Laboratory for Hydraulics. Email: dan.nguyen@saint-venant-lab.fr

## 1. GIỚI THIỆU CHUNG

Trong bài này chúng tôi nghiên cứu sự ảnh hưởng của lưới trong mô hình tính toán dòng chảy hai pha mô phỏng sự hình thành và phát triển của bất ổn định Kelvin-Helmholtz. Mô hình được tính toán trên một kênh hở tuần hoàn theo hướng của trục *Ox*. Chiều rộng kênh là *3m* chiều dài và *3m* chiều cao, lớp trên là một lớp nước và lớp dưới là một lớp bùn cát. Ở điều kiện ban đầu áp đặt vận tốc nằm ngang của dòng chảy. Trường vận tốc có một điểm uốn tại giao diện của nước và bùn cát. Chúng tôi dùng bốn loại lưới: lưới thô, lưới trung bình, lưới mịn và lưới siêu mịn để thực hiện tính toán. Từ kết quả nghiên cứu này sẽ tìm ra được một loại lưới phù hợp cho việc nghiên cứu chung.

## 2. PHƯƠNG PHÁP NGHIÊN CứU

#### a) Mô hình hai pha

Trong mô hình dòng chảy hai pha chúng tôi sử dụng mô hình Euler-Euler để biểu diễn các hệ phương trình dòng chảy của các hạt lỏng và các hạt rắn. Xuất phát từ hệ phương trình Navier-Stokes, chúng tôi dùng các công thức của Drew & Lahey [2] để xây dựng các phương trình bảo toàn khối lượng và phương trình chuyển động.

#### b) Cấu hình bài toán nghiên cứu

Bài toán được tính toán trên một kênh hở tuần hoàn theo hướng của trục Ox. Kích thước của kênh được xác định là hình vuông với 3m chiều dài và 3m chiều cao, lớp trên là một lớp nước và lớp dưới là một lớp bùn cát. Tỉ khối của nước được xác định là  $\rho_0 = 1000 kg / m^3$ , tỉ khối của hạt chất rắn là  $\rho_1 = 1360 kg / m^3$  và độ nhớt động lực  $\mu_0 = 10 Pas$ . Ở điều kiện ban đầu áp đặt vận tốc nằm ngang u(z) của dòng chảy và nồng độ khối  $\rho(z)$ . Chúng được xác định bởi (xem hình 1);

$$u(z) = U_0 F\left(\lambda, \frac{z-h}{\delta}\right)$$

$$\rho(z) = \left(\rho_0 - \rho_1\right) F\left(\lambda, \frac{z - h}{\delta}\right) + \rho_1 \quad ;$$

$$F\left(\lambda, y\right) = \begin{cases} \lambda \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{y}{\lambda}\right)\right], & y \le 0\\ 1 - (1 - \lambda) \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{y}{\lambda}\right)\right] \end{cases}$$

ở đó erf là "error function",  $\delta$  là độ dày của phần mà vận tốc có thay đổi, h là độ dày của lớp cát phía dưới,  $\lambda$  là hằng số.

Trong bài toán này ta chọn h = 1m,  $\delta = 0.3m$  và  $\lambda = 0.1$ .

## 3. KẾT QUẢ NGHIÊN CỨU

Trong [5] chúng tôi đã nghiên cứu với trường hợp lưới thô 101×101 nút lưới ở đó chúng ta đã thấy rằng sự bất ổn định Kelvin-Helmholtz chỉ xuất hiện trong trường hợp số Richardson Ri nhỏ hơn 0.25 điều này phù hợp với các kết quả nghiên cứu trước đó của Milles [3]. Trong bài báo này chúng tôi thực hiện mô phỏng với bốn loại lưới thô (G)  $101 \times 101$  nút lưới, lưới trung bình (M) 151×151 nút lưới, lưới min (F) 301×301 nút lưới và lưới siêu min (E) 501×501 nút lưới. Bước thời gian đối với lưới G là  $2 \times 10^{-3}$  (s), đối với lưới M là  $10^{-3}$  (s), đối với lưới F là  $5 \times 10^{-4}$  (s) và đối với lưới E là  $2 \times 10^{-4}$  (s). Vận tốc  $U_0 = 2.5$  m/s tương ứng với hằng số Richardson Ri = 0.113 được sử dụng trong các mô phỏng ở đây. Các hạt chất rắn được mô phỏng có đường kính là  $50 \mu m$  (cát min).

Hình 2 bên trái cho chúng ta thấy đường mức của tỉ khối mô phỏng bởi các lưới G, M và F tại thời điểm vòng xoáy lớn nhất. Sự ảnh hưởng của độ mịn của lưới đến cấu trúc xoáy tạo thành ở bề mặt. Xoáy trong trường hợp lưới mịn được quan sát một cách dễ dàng hơn trong trường hợp lưới thô. Hình 2 bên phải cho thấy đường mức độ nhớt mô phỏng bởi các lưới G, M và F tại các thời điểm tương ứng với các hình bên trái. Đối với lưới thô G, chúng ta khó có thể phân biệt ba vùng "noyau", "périphérique" và "cordon" được miêu tả trong [1]. Vùng "noyau" phát triển rất kém và vùng "cordon" thì rất dày. Đối với lưới trung bình M vùng "noyau" được phát triển tốt hơn nhưng vùng "cordon" vẫn còn rất dày. Ngược lại chúng ta có thể quan sát tốt sự phát triển của ba vùng đối với lưới mịn F.

Rõ ràng rằng khi ta làm mịn lưới tính toán thì ta sẽ thu được kết quả tốt hơn tuy nhiên chúng ta sẽ phải mất nhiều giờ cho máy tính tính toán. Để thu được kết quả đối với lưới thô G chỉ cần 1 ngày so với 15 ngày đối với lưới mịn F và 30 ngày đối với lưới siêu mịn E (xem bảng 1)

Bảng 1. Thời gian chạy trên máy tính đối với các lưới khác nhau.

Lưới	G	М	F	E
t <sub>PC</sub> (ngày)	1	3	15	30

Cả hai thời điểm  $t_1$  (thời điểm sự bất ổn định tại bề mặt bắt đầu diễn ra) và  $t_2$  (thời điểm xoáy lớn nhất) cũng phụ thuộc vào độ mịn của lưới (xem bảng 2). Lưới tính toán càng mịn thì khoảng thời gian của sự bất ổn càng nhanh (đối với các lưới G, M và F). Tuy nhiên giữa hai lưới F và E kết quả có vẻ là như nhau (hội tụ) điều này giống

như kết quả trong [6]. Do đó chúng ta không cần phải tiếp tục làm mịn hơn lưới F.

Bảng 2. Thời điểm sự bất ổn định tại
bề mặt bắt đầu diễn ra $(t_1)$ và thời điểm xoáy
lớn nhất $(t_2)$

Lưới	G	М	F	Е
<i>t</i> <sub>1</sub> (s)	25.5	20.0	17.0	17.0
<i>t</i> <sub>2</sub> (s)	32.5	24.5	20.5	20.5
$(t_1 - t_2)(s)$	7.0	4.5	3.5	3.5

## 4. KẾT LUẬN

Các kết quả trên cho ta thấy độ mịn của lưới ảnh hưởng rất nhiều đến kết quả mô phỏng hiện tưởng bất ổn định Kelvin-Helmholtz. Tuy nhiên độ mịn lưới đến mức độ nào đó sẽ làm cho kết quả mô phỏng hội tụ. Điều đó giúp chúng ta lựa chọn một lưới phù hợp mà kết quả mô phỏng có thể đạt được độ chính xác nhất định mà vẫn đảm bảo thời gian mô phỏng chấp nhận được. Trên lưới mịn F này chúng ta có thể thực hiện các mô phỏng trên lưới đó để làm hàng loại các mô phỏng để nghiên cứu chuyên sâu hiện tượng bất ổn định Kelvin-Helmholtz chẳng hạn chúng ta có thể xem xét ảnh hưởng của kích thước hạt chất rắn đến sự hình thành và phát triển sự bất ổn định Kelvin-Helmholtz.



Hình 1. Trường vận tốc và nồng độ khối



Hình 2: Nồng độ khối (bên trái) và độ nhớt (bên phải)

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Caulfield, C. P., and W. R. Peltier (2000), The anatomy of the mixing transition in homogeneous and stratified free shear layers, Journal of Fluid Mechanics, 413, 1-47.
- [2]. Drew D.A. and Lahey R.T.: Analytical Modelling of Multiphase Flow, in Particulate Two-Phase Flow, ed. M.C. Roco, Butterworth-Heinemann, Boston, (1993).
- [3]. Milles, J. W. (1961), On the stability of heterogeneous shear flows, J. Fluid Mech, 10, 496-508.
- [4]. Nguyen D.H., Guillou S., Nguyen K.D., Pham Van Bang D., Chauchat J. (2012), Simulation of dredged sediment releases into homogeneous

water using a two-phase model. Advances in Water Resources 48 (2012) 102–112. http://dx.doi.org/10.1016/j.advwatres.2012.03.009.

- [5]. Nguyễn Đức Hậu, Nguyễn Thị Lý, Sylvain Guillou, Kim Dan Nguyen (2013), Nghiên cứu sự bất ổn định Kelvin Helmholtz ở bề mặt bùn cát, Tuyển tập hội nghị thường niên lần thứ nhất của trường Đại học Thủy lợi.
- [6]. Zhang, R., X. He, G. Doolen, and S. Chen (2001), Surface tension effects on two dimensional two-phase Kelvin-Helmholtz instabilities, Advances in Water Resources, 24, 461-478.